



TITLE:

標準形とソリトン(カオスとその周辺,研究会報告)

AUTHOR(S):

児玉, 裕治

CITATION:

児玉, 裕治. 標準形とソリトン(カオスとその周辺,研究会報告). 物性研究
1987, 48(4): 391-392

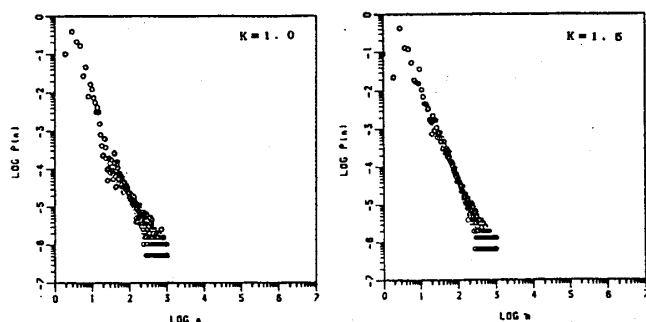
ISSUE DATE:

1987-07-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92601>

RIGHT:

図3. 待ち時間分布 $P(n)$ 表1. いくつかの K に対する
指数 α, β の値

K	α	β
0.5	1.79	1.20
1.0	1.79	1.97
1.5	1.26	2.31
2.0	1.00	3.16

示している。しかしながら、これらの量はいずれも平均化されたものなので、カオスの詳細な構造をみるためにはもっと他の量を調べるべきであろう。ロングタイムテイルの構造の多くの情報は、パワースペクトルのくわしい解析により得られると思われる。実際、 $\cos(\theta_n)$ のパワースペクトルをみるとたくさんの $f^{-\nu}$ 構造をふくむことが報告されている。今後は $b(n)$ の差分や θ の周期関数に対するパワースペクトルについてくわしく調べていきたい。

標準形とソリトン

名大・理 児 玉 裕 治

本題の詳しい内容については、物性研究（基研研究会報告）「ソリトン系のダイナミクスとそれに関するカオスの問題」及び後述の参考文献に譲り、本稿では概要を述べる。

近年、非線形分散媒質中を伝搬する波動を記述するモデル方程式の可積分性について多くの議論がなされている。ここでは有限自由度系の議論で重要な役割をもつ標準形の理論をもとにして、非線形分散波動系の漸近理論を導き、系の可積分性を議論する。波動系として、可積分系である KdV 方程式が第一近似として与えられる弱分散・弱非線形系を考える。まず初めに、系における一方向伝搬の波に対し、高次項を含む KdV 方程式を導く。これより KdV 方程式の保存量がいかに高次項によって変形されるかを考える。このとき、一般的に場の量についての多項式でかける保存量は第3近似で存在しなくなることが示される。次に、この高次項を含む摂動系に対し、標準形を定義する。標準形は、KdV ソリトンの形を孤立波として持つように決められる。保存量との関係により、標準形は第2近似までは、可積分系でかけるが、第3近似に非可積分効果が現れる。可積分性はこのように、かなり高い近似まで成立していることが解かる。標準形への変換は、リー変換と微分多項式の性質より得られ、これによって系の分

類を与えることができる。摂動系の可積分性は、その解を可積分系である KdV 方程式の解で表現できるか否か（埋め込みの問題）によって議論できる。これは有限自由度系での Birkhoff の標準形理論の無限自由度系への応用である。最後に、大小2つの孤立波の衝突を議論し、その結果、さざなみの発生と同時に新しい孤立波を生じる非弾性衝突をすることが示される。このとき、大きな孤立波はより大きく、小さいのはより小さくなり、さらにさざなみへのエネルギー放出は、ほとんど小さな孤立波によって生成されることがわかる。

参 考 文 献

- Y. Kodama: "Nearly integrable systems" *Physica* **16D** (1985) 14.
 "Normal Form and Solitons" Preprint DPNU-86-42 (1986).
 "On solitary-wave interaction" Preprint DPNU-86-48 (1986).

粗視化された古典系と伏見関数

早大・理工 高 橋 公 也

伏見関数 ρ_H は、粗視化の効果により正值の分布関数となり *Wigner* 関数よりも古典力学とよく対応する。しかし、自由粒子や調和振動子の時間発展を考える場合は古典系と *Wigner* 関数は完全に一致する。たとえば、次のような調和振動子系

$$H = H_c = H_w = \frac{p^2}{2m} + \frac{1}{2} m \omega^2 q^2 \quad (1)$$

(H_c は古典系のハミルトニアン, H_w は *Wigner* 表示のハミルトニアン) を考える場合、古典系の分布関数 ρ_c と *Wigner* 関数 ρ_w の時間発展は一致する。

$$\frac{\partial \rho_c}{\partial t} = \{H_c, \rho_c\}, \quad \frac{\partial \rho_w}{\partial t} = \{H_w, \rho_w\} \quad (2)$$

これに対し伏見表示のハミルトニアンは、

$$H_H = \frac{1}{2m} (p^2 + (\Delta p)^2) + \frac{1}{2} m \omega^2 (q^2 + (\Delta q)^2) \quad \Delta q = \Delta p = \sqrt{\frac{\hbar}{2}} \quad (3)$$

となり、伏見関数の時間発展は、